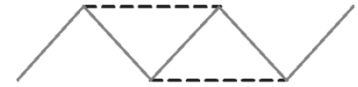


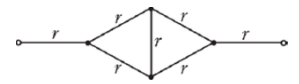
Решение олимпиады по физике «Юные таланты» 9 ноября 2013 года

10 класс

1. Как изменится сопротивление цепи, состоящей из пяти одинаковых проводников сопротивлением R каждый, если добавить еще два таких же проводника, как показано штриховыми линиями на рисунке?



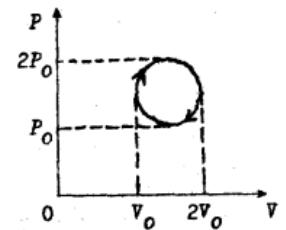
Решение: После добавления двух проводников цепь примет вид, изображенный на рисунке, ее сопротивление равно $3R$. Так как исходное сопротивление цепи было равно $5R$, то сопротивление цепи уменьшится в $5/3$ раза.



2. На столе в один ряд лежат 10 кубиков. С какой силой нужно, взявшись за два крайних руками, сдавить кубики, чтобы оторвать их от стола? Массы кубиков m , коэффициент трения кубика о кубик μ .

Решение: Используя 3 закон Ньютона можно убедиться в том, что максимальная сила трения, возникающая между кубиками, равна $4mg$. Если сдавить крайние кубики с силой F , то горизонтальная составляющая силы взаимодействия между соседними кубиками так же будет равна F . Чтобы оторвать кубики от стола требуется, чтобы $\mu F = 4mg$, откуда $F = 4mg/\mu$.

3. С одним моле идеального газа совершают цикл, который на PV -диаграмме изображается окружностью. Найдите максимальную температуру газа.

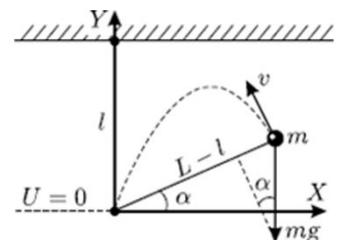


Решение: Если нарисовать на PV -диаграмме несколько изотерм, то становится ясно, что максимум температуры достигается в верхней точке касания изотерм с окружностью. Из соображения симметрии можно заключить, что координаты этой точки равны $P^* = (3 + 1/\sqrt{2})P_0/2$, $V^* = (3 + 1/\sqrt{2})V_0/2$. Искомую температуру можно найти из

уравнения состояния 1 моля идеального газа: $T^* = (3 + 1/\sqrt{2})^2 V_0 P_0 / 4R$.

4. На вбитом в стену гвозде на нити длиной L висит маленький шарик. Под этим гвоздём на одной вертикали с ним на расстоянии $l < L$ вбит второй гвоздь. Шарик отводят вдоль стены так, что нить принимает горизонтальное положение, и отпускают без толчка. Найдите расстояния l , при которых шарик перелетит через нижний гвоздь. Нить невесома и нерастяжима, трения нет.

Решение: Введём прямоугольную систему координат с началом в нижнем гвозде и рассмотрим движение шарика после того, как его отпустили. Сначала он движется по окружности радиусом L с центром в верхнем гвозде. Затем, после того, как нить зацепится за нижний гвоздь, шарик движется по окружности радиусом $L-l$ с центром в нижнем гвозде. Далее, в некоторый момент времени сила натяжения нити обращается в ноль, и шарик начинает двигаться по параболе. Он перелетит через нижний гвоздь в том случае, если парабола пересекает ось y выше гвоздя. На рисунке показан предельный случай, соответствующий минимально возможной длине l , при которой шарик ещё перелетает через гвоздь. Пусть в тот момент, когда шарик начинает двигаться по параболе, нить составляет с горизонтом угол α . Уравнение движения шарика для этого момента времени имеет вид:



$\frac{mv^2}{L-l} = mg \sin \alpha$, закон сохранения энергии $\frac{mv^2}{2} = mg(l - (L-l)\sin \alpha)$, откуда находим $\sin \alpha = \frac{2l}{3(L-l)}$ и $v = \sqrt{2gl/3}$. Учитывая, что в рассматриваемый момент времени вектор скорости шарика перпендикулярен нити, запишем закон движения шарика по параболе:

$$x = (L-l)\cos \alpha - vt \sin \alpha,$$

$$y = (L-l)\sin \alpha + vt \cos \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

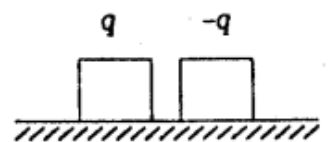
Условие того, что шарик перелетит через гвоздь: $y > 0$ при $x = 0$. Время полета шарика до гвоздя: $t = \frac{(L-l)\cos \alpha}{v \sin \alpha}$. Подставляя t и v в выражение для y , получаем: $4l \sin \alpha > 3(L-l)\cos^2 \alpha$, окончательно находим: $l > (2\sqrt{3} - 3)L \approx 0.46L$.

11 класс

1. В цилиндре, закрытом подвижным поршнем, находится газ, который может просачиваться в зазор вокруг поршня. В опыте по изотермическому сжатию газа его объем уменьшился вдвое, а давление газа упало в 3 раза. Во сколько раз изменилась внутренняя энергия газа в цилиндре? (Газ считать идеальным.)

Решение: Внутренняя энергия пара пропорциональна его температуре и числу молекул в заданном объеме: $U \sim \nu RT$. Согласно уравнению Менделеева – Клайперона $U \sim \nu RT \sim pV$. При уменьшении объема вдвое и уменьшении давления газа в 3 раза внутренняя энергия уменьшается в 6 раз.

2. На абсолютно гладкой проводящей поверхности удерживают два металлических кубика. На один кубик помещен положительный заряд $+q$, на другой – отрицательный $-q$. Кубики отпускают. Через какое время они столкнутся? Расстояние между кубиками h много меньше стороны кубика a . Плотность материала ρ .

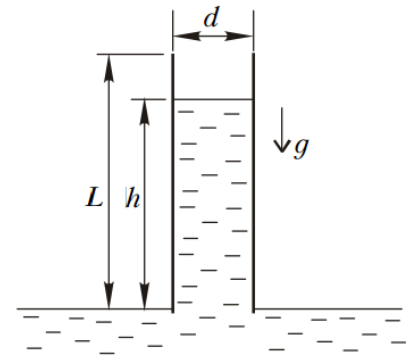


Решение: Заряды распределятся равномерно по обращенным друг к другу граням кубиков. Поскольку $h \ll a$, то электрическое поле в зазоре между кубиками однородно и равно $E = \sigma / \epsilon_0 = q / a^2 \epsilon_0$. На каждый кубик будет действовать сила $F = qE$. Ускорение кубиков постоянно и равно F / m . До столкновения каждый кубик должен пройти с этим ускорением путь $h / 2$. Собирая все результат вместе, получим $t = \sqrt{\rho \epsilon_0 a^5 h / q^2}$.

3. На вбитом в стену гвозде на нити длиной L висит маленький шарик. Под этим гвоздём на одной вертикали с ним на расстоянии $l < L$ вбит второй гвоздь. Шарик отводят вдоль стены так, что нить принимает горизонтальное положение, и отпускают без толчка. Найдите расстояния l , при которых шарик перелетит через нижний гвоздь. Нить невесома и нерастяжима, трения нет.

Решение: см. решение задачи 4 для 10 класса.

4. В широкий сосуд с жидкостью частично погружается плоский конденсатор. Конденсатор подключен к батарее, которая поддерживает на обкладках конденсатора постоянную разность потенциалов U . Расстояние между пластинами d , плотность жидкости ρ , диэлектрическая проницаемость ϵ . На какую высоту поднимется жидкость в конденсаторе? Поверхностным натяжением пренебречь.



Решение: Обозначим высоту подъема жидкости через h , высоту пластин через L , а размер пластин в направлении, перпендикулярном рисунку, через a . Идея решения задачи заключается в следующем: запишем полную энергию системы, которая является функцией от h , а затем исследуем ее на минимум по переменной h . Очевидно, что при некотором h энергия системы будет минимальна, а производная энергии по h будет равна нулю. Это и будет установившаяся высота подъема жидкости.

Сначала найдем емкость нашего конденсатора при подъеме жидкости на высоту h . Мы имеем систему двух параллельных конденсаторов, поэтому общая емкость равна их сумме:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 ha}{d} + \frac{\epsilon\epsilon_0(L-h)a}{d} = \frac{\epsilon_0 a}{d}(L + (\epsilon - 1)h).$$

Электрическая энергия, запасенная в конденсаторе, равна $W_1 = \frac{CU^2}{2}$. Потенциальная энергия поднятой жидкости при нулевом уровне, отсчитываемым от уровня жидкости в сосуде, составляет $W_2 = \frac{ad\rho gh^2}{2}$. Энергию, запасенную в батарее, можно записать в виде $W_3 = W_0 - QU = W_0 - CU^2$, где W_0 - полный запас энергии батареи, а CU^2 - это израсходованная энергия батареи, т.е. работа, которую совершила батарея, заряжая конденсатор до напряжения U . Полная энергия нашей системы равна $W = W_1 + W_2 + W_3$.

Продифференцируем это выражение по h и приравняем к нулю:

$$\frac{dW}{dh} = ad\rho gh - \frac{\epsilon_0 a(\epsilon - 1)U^2}{2d}.$$

Отсюда найдем высоту подъема жидкости: $h = \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)U^2}{2\rho gd^2}$.